

Table des matières

Préface

Chapitre I – Le concept de symétrie dans l’histoire	1
INTRODUCTION	1
ORIGINE GRECQUE DE LA NOTION DE SYMÉTRIE	2
POLYÈDRES RÉGULIERS ET LEUR GÉNÉRALISATION	10
POLYÈDRES ET TOPOLOGIE	14
SYSTÈMES COMPLEXES ET SYMÉTRIE	16
EXERCICES	18
Chapitre II – Formalisme	23
OPÉRATIONS DE SYMÉTRIE	23
Réflexion dans un plan de symétrie	23
Rotation autour d’un axe	25
Rotation–réflexion	26
Opération triviale : l’identité	27
Autres opérations de symétrie	27
Composition des opérations	28
Opération inverse	29
Éléments de symétrie. Transformations ponctuelles	29
GROUPES DE SYMÉTRIE	29
LISTE DES GROUPES PONCTUELS	31
Groupes ponctuels discrets	31
Groupes ponctuels continus	34
EXERCICES	34
Chapitre III – Notions supplémentaires	39
SOUS–GROUPE	39
ISOMORPHISME	40
ÉLÉMENTS CONJUGUÉS. CLASSES D’ÉQUIVALENCE	41
ACTION DE GROUPE. STABILISATEUR. ORBITE	42
CARACTÉRISATION DES GROUPES PONCTUELS DANS LE PLAN	43
CARACTÉRISATION DES GROUPES PONCTUELS DANS L’ESPACE TRIDIMENSIONNEL ..	45
Groupes ponctuels finis et leurs orbites	45
Groupes C_n ($n = 1, 2, 3, \dots$)	45
Groupes S_{2n} ($n = 1, 2, 3, \dots$)	45

<i>Groupes C_{nh} ($n = 1, 2, 3, \dots$)</i>	46
<i>Groupes C_{nv} ($n = 2, 3, \dots$)</i>	47
<i>Groupes D_n ($n = 2, 3, \dots$)</i>	48
<i>Groupes D_{nd} ($n = 2, 3, \dots$)</i>	48
<i>Groupes D_{nh} ($n = 2, 3, \dots$)</i>	49
<i>Groupe T</i>	51
<i>Groupe T_d</i>	51
<i>Groupe T_h</i>	51
<i>Groupe O</i>	52
<i>Groupe O_h</i>	52
<i>Groupe Y</i>	53
<i>Groupe Y_h</i>	53
Groupes de symétrie axiale	53
GROUPES DE SYMÉTRIE DE FRISE	54
EXERCICES	55
Chapitre IV – Pavages périodiques du plan et de l'espace	61
PAVAGES PÉRIODIQUES DU PLAN	61
RÉSEAU ET CELLULE ÉLÉMENTAIRE	62
PAVAGE PÉRIODIQUE DE L'ESPACE	66
EXEMPLES PARTICULIERS EN DIMENSION TROIS	67
Les alvéoles d'abeilles	67
Empilement de sphères	68
EXERCICES	71
Chapitre V – La divine proportion	75
LE NOMBRE D'OR	75
SUITE ET NOMBRES DE FIBONACCI	78
FRACTIONS CONTINUES	80
Définition	80
Approximation rationnelle	81
LE NOMBRE D'OR DANS LE CORPS HUMAIN	82
Zeising	82
Le Corbusier	82
EXERCICES	83
Chapitre VI – Symétrie dynamique, brisure de la symétrie	87
SYMÉTRIE ET LOIS DE CONSERVATION	87
L'espace est homogène	87

L'espace est isotrope	87
Le temps est homogène	88
Lois de conservation	88
SYMÉTRIE DU CHAMP ÉLECTRIQUE ET DU CHAMP MAGNÉTIQUE	88
Symétrie du champ électrique	88
Symétrie du champ magnétique	89
GROUPES AXIAUX GÉOMÉTRIQUES ET DYNAMIQUES	90
Rappel sur les groupes axiaux géométriques	90
Réalisation des groupes axiaux dans des dispositifs physiques	90
Exemples de groupes axiaux dynamiques	92
PRINCIPE DE CURIE	93
Symétrie et phénomènes physiques	93
<i>Énoncé</i>	93
<i>Champ électrique dans le plan</i>	93
Causes. Effets	95
<i>Énoncé</i>	95
<i>Compression axiale d'un cristal de sel</i>	95
<i>Cylindre dans un écoulement uniforme d'eau</i>	95
<i>Expériences de Wiedemann</i>	96
BRISURE DE LA SYMÉTRIE	96
Brisure de la symétrie sous l'influence de causes externes	97
Brisure de la symétrie des solutions sous la variation des paramètres de contrôle	98
CLASSIFICATION DES GRANDEURS PHYSIQUES PAR SYMÉTRIE	99
RELATION ENTRE LA SYMÉTRIE ET LES RÈGLES DE SÉLECTION	100
EXERCICES	101
Chapitre VII – Quasi-cristaux, fractales, invariance d'échelle	105
QUASI-CRISTAUX	105
FRACTALES	108
Exemple donné par la nature :	
la longueur du littoral de la Grande-Bretagne	109
Exemple mathématique : la courbe de von Koch	110
Dimension fractale	111
LES SYSTÈMES DE LINDENMAYER	112
Présentation	112
Croissance et forme d'un arbre	113
LA FOUGÈRE ET LES SYSTÈMES DE FONCTIONS ITÉRÉES	113
SPIRALE LOGARITHMIQUE	114

MODÈLE NUMÉRIQUE DE TERRAIN	115
EXERCICES	116
Chapitre VIII – Symétrie et théorie des catastrophes	119
COMPORTEMENT GÉNÉRIQUE ET STABILITÉ STRUCTURELLE	120
ANALYSE DE L'ÉQUATION D'ÉTAT DU GAZ DE VAN DER WAALS	123
MACHINE À CATASTROPHES GRAVITATIONNELLE	125
EXERCICES	129
Chapitre IX – Symétrie et topologie	133
THÉORIE DE MORSE	133
POINTS STATIONNAIRES ET TOPOLOGIE	133
CARACTÉRISATION TOPOLOGIQUE D'UN ESPACE DE DIMENSION DEUX	134
Nombres de Betti	134
Relations de Morse	136
Points stationnaires en présence d'un groupe de symétrie	137
EXERCICES	140
Chapitre X – Pour aller plus loin	143
Chapitre XI – Corrigés des exercices	145
Bibliographie	189
Index des notions	193
Index des noms propres	197