

CALENDRIER  
MATHÉMATIQUE

2022

LES MATHS, UNE AVENTURE HUMAINE



ARTISTE INVITÉE  
VIOLAINE LEROY



## EMMY NOETHER, UNE FEMME DÉVOUÉE À LA SCIENCE

Au début du  $xx^e$  siècle, il est rare pour une femme d'aller à l'université. Mais en tant que fille du grand mathématicien allemand Max Noether, Emmy est aidée et encouragée à poursuivre ses études jusqu'à la thèse. Suivent alors plusieurs années sans véritable poste, bien que ses travaux mathématiques impressionnent. En 1915, David Hilbert la fait venir à Göttingen, qui constitue alors l'un des plus grands centres scientifiques de l'époque. Mais, là encore, l'université refuse d'offrir un poste officiel à une femme. Considérant que le sexe de la candidate n'a rien à voir avec son recrutement, Hilbert a cette fameuse phrase : "Nous sommes une université, pas des bains publics !" Malgré cet appui, Noether reste plusieurs années sans statut ni salaire et doit donner des cours sous le nom de Hilbert. N'étant ni de nature rebelle ni intéressée par la réussite

sociale, elle se contentera de ces conditions toute sa vie. L'année 1915 est aussi celle de la publication, par Einstein, de la théorie de la relativité générale. Cette théorie pose un problème aux physiciens : ils ne sont pas sûrs qu'elle garantisse le grand principe de conservation de l'énergie. Noether va rapidement trouver la solution. Mieux, elle prouve un théorème général reliant les symétries mathématiques d'une théorie physique aux énergies qu'elle conserve. Ce théorème, qu'Einstein qualifiera de "monument de la pensée mathématique", va devenir un pilier de la physique moderne. Dans cette époque charnière pour les sciences, Noether participe aussi à poser les bases des grandes structures de l'algèbre moderne que sont les groupes, les anneaux, les idéaux, les corps... Son nom va rester attaché à ces structures sous la forme de l'adjectif "noethérien".

Si Emmy Noether est discriminée en tant que femme, elle l'est aussi en tant que juive. En 1933, quand Hitler arrive au pouvoir, les universitaires juifs sont exclus de leurs postes. Devant une situation qui se dégrade dangereusement, Noether fuit le nazisme, comme de nombreux autres scientifiques parmi lesquels Einstein, Schrödinger, Gödel, Landau ou Hadamard. Parmi ceux restés en Europe, beaucoup meurent ou sont emprisonnés, comme Hausdorff, Schauder, Weil ou Fritz Noether, mathématicien et petit frère d'Emmy, qui est accusé à tort d'espionnage et fusillé par les Soviétiques. Emmy Noether meurt peu après avoir émigré aux États-Unis. À sa disparition, les hommages sont unanimes : elle a légué bien plus que ses théories car, durant toute sa vie, elle n'a eu de cesse de transmettre sa passion des mathématiques à ses nombreux étudiants et à ses collègues.

Soit  $P$  un point de l'hypoténuse  $[AB]$  d'un triangle rectangle  $ABC$ . On suppose que  $\frac{PB}{PC} = \frac{1}{2}$  et  $\frac{PC}{PA} = \frac{2}{3}$ .  
Quelle est la valeur de  $\frac{BC}{CA}$  ?

1 .....

Les lettres représentent des chiffres distincts. Quelle est la valeur de  $Z$  ?

$$\begin{array}{r} XXXX \\ + YYY \\ + ZZZZ \\ \hline YXXXX \end{array}$$

2 .....

Considérons  $n$  nombres, avec  $n \geq 2$ , dont la moyenne est égale à  $M$ . Soit  $a$  un de ces nombres et  $N$  la moyenne obtenue sans ce nombre. Donner la valeur de  $M - N$  en fonction de  $M, n$  et  $a$ .

3 .....

Une anagramme du mot  $AABBCC$  est dite acceptable si la séquence  $ABC$  apparaît au moins une fois. L'anagramme  $CBABCA$  est par exemple acceptable, mais  $ACBCAB$  ne l'est pas. Combien d'anagrammes acceptables de  $AABBCC$  peut-on alors former ?

4 .....

5 .....

6 .....

Adèle écrit cinq entiers distincts strictement positifs sur son cahier. Elle ne dit à Rodolphe que la valeur de la somme de ces entiers. Si cette information est suffisante pour retrouver les différentes valeurs écrites sur son cahier, combien de valeurs peut prendre la somme des nombres écrits par Adèle ?

7 .....

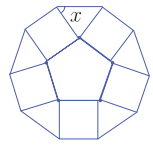
Les boîtes  $A$  et  $B$  contiennent respectivement  $p$  et  $q$  chocolats, où  $p$  et  $q$  sont des nombres impairs tels que  $p > q$ . Quel nombre minimal de chocolats doit-on déplacer de la boîte  $A$  vers la boîte  $B$  pour que celle-ci contienne plus de chocolats que la boîte  $A$  ?

8 .....

Une seule des affirmations suivantes est vraie. Laquelle ?  
 $A$  : " $B$  est vraie";  $B$  : " $E$  n'est pas vraie";  $C$  : "les affirmations de  $A$  à  $E$  sont vraies";  $D$  : "les affirmations de  $A$  à  $E$  sont fausses";  $E$  : " $A$  n'est pas vraie".

9 .....

On dessine un carré à partir de chaque côté d'un pentagone régulier. Quelle est la valeur de l'angle  $x$  ?



10 .....

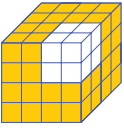
Une suite commence par les deux valeurs 1 et 2. Si chaque terme de cette suite est la somme des termes qui le précèdent, quel est le 20<sup>e</sup> terme de la suite ?

11 .....

12 .....

13 .....

Paul possède 64 cubes blancs. Il a peint certains de ses cubes pour former la figure suivante. Quel est le plus grand nombre de cubes qu'il a pu laisser en blanc ?



14 .....

Un tableau contient deux lignes et 1011 colonnes. Sur la première ligne, on inscrit tous les nombres en ordre croissant de 1 à 1011 ; sur la seconde ligne, on inscrit tous les nombres, toujours en ordre croissant, de 1012 à 2022. Sur combien de colonnes le nombre de la deuxième ligne est un multiple de celui de la première ligne ?

15 .....

Afin de laver une vitre se trouvant sur un mur à 4 m du sol, Marc utilise une échelle de 6 m de long et l'appuie sur le bord inférieur de la fenêtre. Quelle est la distance entre le pied de l'échelle et le mur ?

16 .....

Une boîte de café coûte 100 € à l'achat et se vend 140 € : elle permet une marge de 40 %. Pour une boîte de cacao, la marge est de 20 %. Si le nombre de boîtes de cacao vendues est le double du nombre de boîtes de cacao vendues, et si la marge total est de 36 % (par rapport au prix d'achat), à quel prix s'est vendue chaque boîte de cacao ?

17 .....

Juliette donne à Denis deux parts de gâteau en échange de trois verres de jus de fruits. Margaux donne à Juliette cinq morceaux de pizza en échange de deux parts de gâteau. S'il reste à Margaux dix morceaux de pizza, contre combien de verres de jus de fruits peut-elle les échanger ?

18 .....

19 .....

20 .....

Si l'on choisit au hasard un diviseur positif de 8 et un diviseur positif de 10, quelle est la probabilité que leur somme soit strictement supérieure à 8 ?

21 .....

Considérons les deux équations suivantes  
 $\frac{8^x}{2^{x+y}} = 64$  et  $\frac{9^{x+y}}{3^{4y}} = 243$ .  
Trouver la valeur de  $2xy$ .

22 .....

De combien de manières peut-on placer d'affilée les chiffres de 1 à 9 de telle sorte que les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 apparaissent dans cet ordre, mais que les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 n'apparaissent pas dans cet ordre ? (Une telle façon est par exemple 129384567.)

23 .....

Un supermarché emploie 75 personnes dont 20 % sont à temps partiel. Combien d'employés sont embauchés à temps plein ?

24 .....


Trois élèves par classe participent à un concours de mathématiques. Lorsque tous les participants sont en rang, Sandra s'aperçoit qu'il y a autant d'élèves devant elle que derrière elle. De plus, Raoul et Thomas se trouvent derrière elle en positions respectives 19 et 28. Quelle est la position de Sandra ?

25 .....

26 .....

27 .....

La trajectoire reliant les points  $A$  et  $B$  forme sept triangles équilatéraux avec des parties de  $[AB]$ . Si  $AB = 20$  cm, quelle est la longueur de la trajectoire ?



28 .....



### NICOLAS BOURBAKI, ENTRE RIGUEUR ET HUMOUR

Résidant à Nancago, professeur à l'université de Poldévie, Nicolas Bourbaki signe plusieurs ouvrages qui ont une immense influence sur les mathématiciens de la deuxième moitié du XX<sup>e</sup> siècle. Pourtant, on ne sait presque rien d'autre sur sa vie. Étrange ? Pas vraiment, puisque Nicolas Bourbaki est en réalité le pseudonyme d'une société secrète de mathématiciens.

La Première Guerre mondiale a décimé toute une génération, créant un fossé entre la science du XIX<sup>e</sup> siècle et les étudiants des années 1930. Plusieurs jeunes professeurs, dont Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Dieudonné et André Weil, se sentent ainsi délaissés face à des mathématiques et des ouvrages d'enseignement qu'ils jugent désuets. Ils décident alors d'écrire un nouveau traité d'analyse qui "prend les mathématiques à leur début, et donne des démonstrations

complètes". Pour privilégier l'esprit de groupe et le renouvellement, ils fondent en 1935 le collectif Bourbaki, en imposant l'anonymat et un âge limite de 50 ans.

Ces jeunes mathématiciens se lancent dans une rédaction qui va rapidement prendre une ampleur imprévue. Le "paquet abstrait" préliminaire devient un travail en soi, et ce qui ne devait être qu'une introduction des bases se transforme en une série de volumes qui vont fonder les mathématiques modernes. Les nombreux concepts, notations et résultats qui sont introduits dans les fascicules deviennent des références. Apparaît ainsi une certaine manière de présenter les mathématiques... on parle "à la Bourbaki", suivant la volonté du groupe d'unifier les différentes branches de cette science. Si l'imposture du groupe Bourbaki est scientifique, la légende fait aussi de son secret et de son humour.

Les réunions ont lieu à la campagne et alternent travail intense et détente entre camarades. Le style potache des comptes rendus, des règles et du pseudo-secret du groupe contraste avec la rigueur des traités mathématiques. Ce mélange entre humour et plaisir de jouer avec les règles de la logique est partagé avec l'OnLIPo, un groupe d'écrivains qui composent sous contraintes. Des liens se nouent entre les deux groupes et on peut retrouver des outils mathématiques dans les livres de Georges Perec, comme les permutations d'ensembles cachées dans *La Vie mode d'emploi*.

Depuis quelques décennies, l'influence de Bourbaki est moindre. Mais le groupe existe encore et continue à partager les mathématiques contemporaines à travers un séminaire. Il a même un compte Twitter tenu par sa descendante, une certaine Betty B., la relève de la nouvelle génération ?

# 260 QUESTIONS

lun	mar	mer	jeu	ven	sam	dim
1 Combien y a-t-il de multiples de 4 au maximum, de mardi à dimanche inclus, de la semaine suivante ?	2 En supposant le pentagone PQRST régulier, déterminez la somme des angles A + B + C + D + E.	3 Alice et Bernardo jouent à leur tour de 0 à 100. Alice choisit un nombre au hasard entre 0 et 100. Ensuite, elle choisit un nombre au hasard entre 0 et 100. Alice gagne si son nombre est plus grand que celui de Bernardo. Quelle est la probabilité qu'Alice gagne ?	4 Un nombre composé est un nombre qui n'est pas premier. Combien de nombres composés ont-ils un diviseur premier inférieur à 10 ?	5 Quatre est un nombre premier. Sur une table ronde française, 10 personnes sont assises. Parmi les personnes assises, Emma et Marie sont voisines. Combien de façons différentes peut-on s'asseoir à cette table ?	6 Combien de valeurs entières de x permettent de résoudre l'équation $10^x + 2^x = 10^x + 2^x$ ?	7 Dans la maison de Alice, on utilise des cubes. Il y a 100 cubes de côté 1 cm et 100 cubes de côté 2 cm. Combien de cubes de côté 1 cm peut-on utiliser pour construire une pyramide ?
8 Combien de pièces formées comme sur la figure suivante peuvent être construites en utilisant les lettres A et B, en respectant la règle suivante : sur une diagonale, on ne peut pas avoir deux lettres consécutives.	9 Replacer les pions de telle sorte que, sur chaque colonne, sur chaque rangée, et sur chaque des deux diagonales, se trouve un nombre pair de pions.	10 Le triangle de Pascal est distribué. Un croquis de sa forme est à gauche. Combien de cases contiennent un nombre pair ?	11 Soit un entier naturel. Déterminez le nombre de diviseurs positifs de $n(n+1)(n+2)$ .	12 Dans la maison de Alice, on utilise des cubes. Il y a 100 cubes de côté 1 cm et 100 cubes de côté 2 cm. Combien de cubes de côté 1 cm peut-on utiliser pour construire une pyramide ?	13 Un point à l'intérieur d'un carré est à égale distance de ses quatre sommets. Combien de points de ce type peut-on trouver dans un carré de côté 1 cm ?	14 Un nombre premier est un nombre qui n'est divisible que par 1 et par lui-même. Combien de nombres premiers ont-ils un diviseur premier inférieur à 10 ?
15 De combien de façons différentes peut-on écrire le nombre 2019 en utilisant les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ?	16 Calculer l'aire de la zone colorée.	17 Ma sœur a 10 ans. Il y a 10 ans, elle avait 10 ans. Combien d'années aura-t-elle dans 10 ans ?	18 Combien de mots de 10 lettres peuvent être formés avec les lettres A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z ?	19 Un point à l'intérieur d'un carré est à égale distance de ses quatre sommets. Combien de points de ce type peut-on trouver dans un carré de côté 1 cm ?	20 Un nombre premier est un nombre qui n'est divisible que par 1 et par lui-même. Combien de nombres premiers ont-ils un diviseur premier inférieur à 10 ?	21 Un nombre premier est un nombre qui n'est divisible que par 1 et par lui-même. Combien de nombres premiers ont-ils un diviseur premier inférieur à 10 ?
22 Si $n + 2 = m + 6$ , $n + 8 = m + 14$ sont vraies, combien vaut $n$ ?	23 Un cube et son côté ont la même somme de chiffres. Combien de cubes ont-ils cette propriété ?	24 On place les nombres entiers de 1 à 100 sur une ligne. Combien de nombres ont-ils une somme de chiffres égale à 10 ?	25 Combien de mots de 10 lettres peuvent être formés avec les lettres A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z ?	26 Un point à l'intérieur d'un carré est à égale distance de ses quatre sommets. Combien de points de ce type peut-on trouver dans un carré de côté 1 cm ?	27 Un nombre premier est un nombre qui n'est divisible que par 1 et par lui-même. Combien de nombres premiers ont-ils un diviseur premier inférieur à 10 ?	28 Un nombre premier est un nombre qui n'est divisible que par 1 et par lui-même. Combien de nombres premiers ont-ils un diviseur premier inférieur à 10 ?
29 Si $n + 2 = m + 6$ , $n + 8 = m + 14$ sont vraies, combien vaut $n$ ?	30 Un cube et son côté ont la même somme de chiffres. Combien de cubes ont-ils cette propriété ?	31 On place les nombres entiers de 1 à 100 sur une ligne. Combien de nombres ont-ils une somme de chiffres égale à 10 ?				

Replacer les pions de telle sorte que, sur chaque colonne, sur chaque rangée, et sur chaque des deux diagonales, se trouve un nombre pair de pions.

9 13h Kiné

# 260 RÉPONSES

**AOÛT**

mardi tous les sept jours exactement. Ainsi, comme mardi tous les 56 jours, si l'on considère maintenant jours consécutifs, les 56 premiers jours contiendront six, et les quatre derniers jours pourront contenir au maximum, ce qui donne un total de huit ou neuf mardis, il y aura neuf mardis.

**Mardi 2.** Considérons le triangle  $AFG$ . Comme le pentagone central est régulier, on a que  $GFA = AGF$ , ce qui implique que  $AFG$  est isocèle. On en déduit que les points de l'étoile à cinq branches sont des triangles isocèles, tous superposables. On va commencer par déterminer la valeur des angles à leur base (par exemple, celle de l'angle  $GFA$ ).

L'angle intérieur d'un pentagone régulier mesure  $108^\circ$  et les angles  $GFA$  et  $JFG$  sont supplémentaires, donc que  $GFA$  mesure  $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ . Une fois cet angle de base déterminé, la somme des angles d'un triangle mesurant  $180^\circ$ , on obtient que l'angle au sommet  $A$  du triangle isocèle  $AFG$  vaut  $180^\circ - 72^\circ - 72^\circ = 36^\circ$ , et qu'il en va de même, par symétrie, pour  $B$ ,  $C$ , etc. On en déduit que  $A + B + C + D + E = 5 \times 36^\circ = 180^\circ$ .

**Mercredi 3.** À chaque coup d'un joueur, une rangée et une colonne sont éliminées. Une fois le premier coup d'Alice joué, par exemple, Bernardo n'aura par exemple plus le droit qu'à 10 rangées et 14 colonnes. Au bout de 11 coups (six coups d'Alice, cinq de Bernardo), les 11 rangées auront été éliminées, et Bernardo n'aura plus de coup légal. La victoire est donc promise à Alice.

**Jeudi 4.** Le plus petit diviseur premier d'un tel nombre doit être 7 : il ne peut pas être inférieur à 7 car 2, 3 et 5 sont exclus, et il ne peut pas non plus lui être supérieur, car un nombre composé doit être plus petit que son premier diviseur premier. Le plus petit diviseur premier est au moins 11 et ne peut pas être inférieur à 11 car  $11 \times 11 = 121 > 100$ . Les seuls multiples de 7 sans diviseur premier inférieur à 7 sont donc 7 et 100 sont  $7 \times 7 = 49$ ,  $7 \times 11 = 77$  et  $7 \times 13 = 91$ , ce qui fait un total de trois nombres.

**Vendredi 5.** Les quatre noms propres listés sont des palindromes : ils restent inchangés si les lettres qui les composent sont lues de droite à gauche plutôt que de gauche à droite. Parmi les quatre prénoms proposés, seul Hannah a cette propriété.

**Samedi 6.** Chaque pièce en « L » est composée de quatre petits carrés. Comme le damier  $5 \times 5$  est composé de 25 petits carrés et que 25 est compris entre  $24 = 6 \times 4$  et  $20 = 7 \times 4$ , on ne peut certainement pas placer plus de six pièces en « L » sur le damier. Il reste à voir qu'il est effectivement possible de placer exactement six pièces, comme sur le dessin suivant.

**Mardi 9.** Une possibilité est :

**Mercredi 10.** En notant  $x = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$ , et son inverse  $\frac{1}{x} = 32$ , on a  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{2}{x} = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$ . Donc chacun de ses enfants touche :

$$\frac{1}{12} \left( x - \frac{1}{x} - \frac{2}{15} \right) = \frac{1}{12} \left( \frac{1}{32} - \frac{1}{16} - \frac{2}{15} \right) = \frac{1}{12} \left( -\frac{1}{32} - \frac{2}{15} \right) = -\frac{1}{12} \left( \frac{1}{32} + \frac{2}{15} \right) = -\frac{1}{12} \left( \frac{15 + 128}{480} \right) = -\frac{1}{12} \left( \frac{143}{480} \right) = -\frac{143}{5760}$$

**Jeudi 11.** Le triangle  $ABC$  étant isocèle en  $B$ , on a  $\widehat{BAC} = \widehat{BCA}$ . Notons  $x$  cet angle. Exactement de la même façon, on a  $\widehat{DAE} = \widehat{AED}$ , et on va noter  $y$  cet angle.

# Pratiquer les maths n'a jamais été aussi ludique !

Sous la direction de Ana Rechtman Bulajich  
Textes d'ouverture mensuels : Romain Joly  
Illustrations : Violaine Leroy  
Exercices et solutions : Anne Alberro Semerina,  
Radmila Bulajich Manfrino, Marco Antonio Figueroa Ibarra,  
Ana Rechtman Bulajich, Rogelio Valdez Delgado



Prix France TTC : 19,00 €  
ISBN : 978-2-7061-4785-2



Ne peut être vendu séparément du livret

ILLUSTRATIONS © VIOLAINE LEROY