CALENDRIER MATHÉMATIQUE 2026

Sur les traces des mathématiques chinoises

DEUX PARCOURS COLLÈGE ET LE DÉFI DU MOIS POUR LES INSATIABLES !

10 octobre

INSCRIRE LA SPHÈRE ENTRE DEUX PARAPLUIES

Archimède est probablement l'un des plus grands mathématiciens de l'Histoire. Et ce qu'Archimède semblait considérer comme son plus grand accomplissement est le calcul de la surface et du volume de la sphère, vers –220. Son tombeau aurait ainsi porté la figure centrale de son argument : une sphère inscrite dans un cylindre.

En Chine ancienne, la formule utilisée pour le volume de la sphère était 9/16 fois le cube du diamètre. Autrement dit, le rapport entre les volumes du cube et de la sphère inscrite était estimé à 16/9.

Le commentateur Liu Hui observe, au III^e siècle, que cette formule est inexacte. Il introduit pour cela un nouveau solide contenant la sphère, le « dais carré », et calcule le rapport entre les volumes du dais carré et de la sphère inscrite. Ce dais carré, aussi appelé bicylindre, et que Liu Hui nomme *mou he fang gai* (牟合方盖, solide formé de deux parapluies carrés), s'obtient en prenant l'intersection de deux cylindres transverses ayant le même diamètre que la sphère.

Pour calculer le rapport entre les volumes du dais carré et de la sphère inscrite, Liu Hui considère une tranche horizontale de ces solides et observe qu'elles forment un disque inscrit dans un carré. Connaissant le rapport entre les aires de ces deux surfaces, et cela étant « continûment vrai » pour toute tranche horizontale, Liu Hui en déduit que ce même rapport existe entre les volumes engendrés. Il s'agit de ce que l'on nomme aujourd'hui le principe des indivisibles de Cavalieri, mathématicien italien qui redécouvrit ce résultat au XVII^e siècle. Le commentateur Li Chunfeng résume ce principe en ces termes au VII^e siècle : « Comme ces blocs superposés engendrent le volume, en raison du fait que les situations des aires sont toutes identiques, alors les volumes ne souffrent aucune différence ».

Mais Liu Hui ne parvient pas à calculer le volume du dais carré et écrit : « Je n'oserai pas à la légère discuter ce point, mais attendrai quelqu'un capable d'en parler ».

Ce « quelqu'un » sera Zu Gengzhi (429-500), qui achèvera deux siècles plus tard avec son père, Zu Chongzhi, le calcul du volume de la sphère. Il fera pour cela à nouveau usage du principe des indivisibles employé par Liu Hui.

Il est remarquable que ce principe soit aussi au cœur de l'argument qu'avait développé Archimède. Ce dernier a eu lui aussi recours à un solide intermédiaire entre la sphère et le cylindre, en l'occurrence le cône, et sa méthode calculait les rapports de volumes en considérant des tranches de ces solides.

LUNDI | MARDI | MERCREDI | JEUDI | VENDREDI | SAM | DIM

1

Les aires de trois faces d'une brique sont égales à 6, 8 et 12. Quel est le volume de la brique ?

2

Dans un triangle ABC, on a $AB = 25$, $BC = 23$ et $AC = 24$. La perpendiculaire à (AC) passant par B coupe $[AC]$ en D. Quelle est la valeur de $AD - DC$?

3

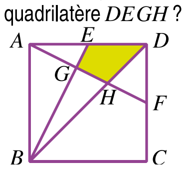
4

5

Combien de triplets (x, y, z) de nombres entiers vérifient l'inégalité $x^2 + y^2 + z^2 + 3 < xy + 3y + 2z$?

6

Ci-dessous, $ABCD$ est un carré de côté 2 et les points E et F sont les milieux de $[AD]$ et $[DC]$, respectivement. Que vaut l'aire du quadrilatère $DEGH$?



7

W, X, Y et Z sont des entiers distincts entre 1 et 4. Si

$$\frac{W}{X} - \frac{Y}{Z} = 1,$$

quelle est la valeur de $W + Y$?

8

Si a, b et c sont des nombres entiers strictement positifs tels que

$$7 \times (a + b + c) = a \times b \times c,$$

quelle est la plus petite valeur possible pour $a + b + c$?

9

Combien vaut x si $2 \times 2^{2x} = 4^x + 64$?

10

11

12

Alex ment tous les lundis, mardis, samedis et dimanches ; le reste de la semaine, il dit la vérité. Victor ment les mercredis, jeudis, vendredis et samedis ; le reste de la semaine, il dit la vérité. Un jour, Alex dit : « Victor ne ment pas aujourd'hui. » Quel jour est-ce ?

13

Résoudre l'équation

$$n! + 1 = (m! - 1)^2$$

avec n et m des entiers strictement positifs. On rappelle que $n! = 1 \times 2 \times \ldots \times n$.

14

Déterminer les valeurs entières de x pour lesquelles $x^2 - 5x - 1$ est un carré parfait.

15

Calculer la somme de tous les nombres palindromes à trois chiffres, c'est-à-dire la somme des nombres s'écrivant $\overline{aba}$ avec $a \neq 0$.

16

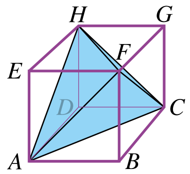
Combien peut-on former de plaques d'immatriculation différentes à six caractères qui commencent par trois lettres distinctes (parmi les 26 de l'alphabet) et se terminent par trois chiffres distincts ?

17

18

19

Sur la figure, $ABCDEFGH$ est un cube de côté 1. Déterminer le volume du tétraèdre $ACFH$.



20

On dispose d'un câble d'un mètre. On choisit au hasard deux nombres a et b tels que $0 < a < b < 1$ et on coupe le câble au niveau de ces nombres (dont la mesure est en mètre). Quelle est la probabilité de pouvoir former un triangle avec les trois morceaux de câble obtenus ?

21

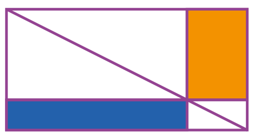
À 2000 euros, on ajoute 25 % de cette quantité. Puis, au total obtenu, on retranche 25 %. Quel pourcentage des 2000 euros du début a-t-on à la fin ?

22

Trouver cinq entiers, positifs ou négatifs, tels que les sommes de ces nombres pris deux à deux donnent 0, 2, 4, 4, 6, 8, 9, 11, 13 et 15.

23

Dans le rectangle ci-dessous, quelle surface colorée a la plus grande aire ?



24

25

26

Parmi toutes les paires de nombres positifs dont la somme est inférieure ou égale à leur produit, lesquelles ont la plus petite somme possible ?

27

Pour quelles valeurs de n $2^8 + 2^{11} + 2^n$ est-il un carré parfait ?

28

Les pièces d'un puzzle rectangulaire sont neuf carrés de côtés 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 et 18. Quelles sont les dimensions du puzzle une fois les pièces rassemblées ?

29

L'opération $\diamond$ est définie par $a \diamond b = a^2 + 3^b$.

Combien vaut $(2 \diamond 0) \diamond (0 \diamond 1)$?

30

Combien de couples (x, y) d'entiers positifs tels que $2026 < x < y < 2050$ vérifient l'équation $y^2 - x^2 = 2x + 1$?

31

Parcours collège 6e-5e

Parcours collège 4e-3e

Défi du mois

Pratiquer les maths n'a jamais été aussi ludique !











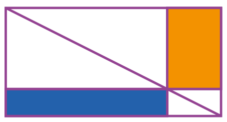

Nos mathématiques occidentales sont le fruit d'une histoire entre Méditerranée et Moyen-Orient. Mais, loin à l'est, en Chine, des mathématiques se sont aussi développées de façon indépendante. On peut y lire une autre histoire, où le théorème « de Pythagore » est aussi connu… sans Pythagore, où le nombre « pi » est « le nombre de Zu », où l'écriture positionnelle des nombres est inconnue mais où les nombres négatifs sont découverts 2 000 ans avant l'Occident.

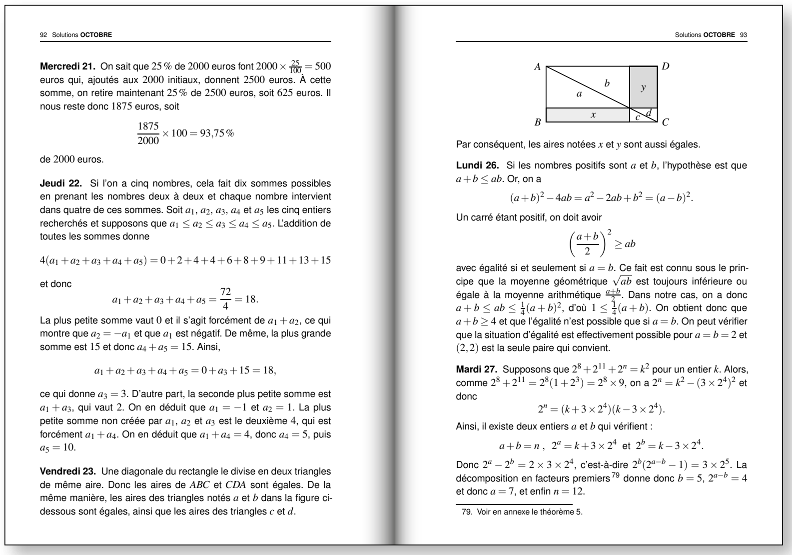
- **Mois après mois,** vous découvrirez, à travers 12 textes superbement illustrés, différents aspects des mathématiques chinoises anciennes, retraçant une histoire parallèle à celle des mathématiques occidentales.
- **Jour après jour, excepté les week-ends,** des exercices et des énigmes sont proposés sous forme de défis quotidiens.
- **Les solutions** sont indiquées en dernière page du calendrier et **leurs explications détaillées** exposées dans le livret offert.

260 QUESTIONS

23

Dans le rectangle ci-dessous, quelle surface colorée a la plus grande aire ?





260 RÉPONSES

Sous la direction scientifique de Romain Joly **| Textes d'ouverture mensuels :** Jean-Baptiste Meilhan **| Défis et solutions :** Anne Alberro Semerena, Radmila Bulajich Manfrino, José Antonio Gómez Orteg et Ana Rechtman Bulajich

AVEC LE SOUTIEN DE
FONDATION BLAISE PASCAL

PUG

22,00 € (prix France TTC)
ISBN 978-2-7061-5681-6

CALENDRIER MATHÉMATIQUE 2026

Sur les traces des mathématiques chinoises

OFFERT

LIVRET DES RÉPONSES

Un défi par jour
pour faire travailler vos méninges

PUG

TEXTES MENSUELS

Les mathématiques occidentales sont le fruit d'une histoire complexe entre Méditerranée et Moyen-Orient, dont tous les fondateurs semblent porter des noms grecs. Mais, loin à l'est, en Chine, des mathématiques se sont aussi développées de façon indépendante. On peut y lire une autre histoire, où le théorème « de Pythagore » est aussi connu... sans Pythagore, où le nombre « pi » est « le nombre de Zu », où l'écriture positionnelle des nombres est inconnue mais où les nombres négatifs et le pivot de Gauss sont découverts deux millénaires avant l'Occident.

À travers 12 textes mensuels, vous découvrirez différents aspects des mathématiques chinoises anciennes, retraçant une histoire parallèle à celle des mathématiques occidentales. Leurs différences mais surtout leurs ressemblances donnent l'occasion de découvrir quels problèmes, raisonnements et théorèmes mathématiques semblent incontournables et universels dans le développement de l'humanité.

Jean-Baptiste Meilhan est enseignant-chercheur à l'Institut Fourier, Université Grenoble Alpes. Son domaine de recherche est la topologie en petite dimension et il aime notamment beaucoup la théorie des nœuds. Depuis plus de dix ans, il travaille par ailleurs au sein du groupe « Histoire et enseignement des mathématiques » de l'IREMI de Grenoble. Après avoir travaillé sur les mathématiques mésopotamiennes et maya, le groupe se consacre depuis quelques années aux mathématiques de la Chine ancienne ; leur travail est consigné dans un blog nommé « Neuf Chapitres Trois Quarts », qui a également servi de base pour plusieurs textes de ce calendrier.

POUR ALLER PLUS LOIN

Il n’existe que peu de livres en langue française traitant de l’histoire des mathématiques chinoises.

L’ouvrage de Jean-Claude Martzloff est la première référence francophone ayant fait autorité sur le sujet. Il faut noter que la version anglaise, éditée en 1997, est significativement plus riche, car l’éditeur français avait limité le nombre de pages.

Histoire des mathématiques chinoises, J.-C. Martzloff, Masson, 1987.

Le livre de Kiyosi Yabuuti est un autre bon panorama de ce vaste sujet, écrit à destination d’un public non spécialiste.

Une histoire des mathématiques chinoises, K. Yabuuti, traduction de K. Baba et C. Jami, coll. « Regards sur la science », Belin, 2000.

Pour en savoir plus au sujet des *Neuf Chapitres*, texte central des mathématiques chinoises auquel les textes de ce calendrier font souvent référence, une version française monumentale, de plus de 1100 pages, riche de très nombreux commentaires, notes et compléments, a été publiée en 2004 par Karine Chemla et Guo Shuchun.

Les Neuf Chapitres – Le Classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires, K. Chemla et G. Shuchun, Édition critique bilingue, Dunod, 2004.

Le site web « Neuf Chapitres Trois Quarts » du groupe « Histoire et enseignement des mathématiques » de l’IREMI de Grenoble, propose ses notes de lectures autour des Neuf Chapitres et, plus largement, sur les mathématiques chinoises.

https://neufchap.hypotheses.org/

DÉFIS QUOTIDIENS

Le présent livret détaille les réponses aux défis du calendrier et rappelle en annexe les définitions et théorèmes potentiellement utiles. Comme la plupart des problèmes mathématiques, les méthodes de résolution présentées ne sont pas les seules possibles et vous en inventerez sûrement d'autres.

Les défis du calendrier sont volontairement de difficultés très variées. Ils ne demandent pas de connaissances mathématiques plus grandes que celles du lycée et la majorité des défis peut se résoudre avec le bagage mathématique du collège. Mais même un défi dont la solution est accessible pour un élève de primaire peut s'avérer difficile à résoudre pour un mathématicien expérimenté. Certains défis peuvent donc être vus comme une initiation à la recherche et leur résolution demandera un peu d'obstination. Pas de panique si vous êtes bloqués : ceci n'est pas un examen scolaire ! Prenez le plaisir de la recherche et de la découverte d'une astuce, par vous-même ou grâce aux solutions détaillées de ce livret.

Des parcours signalent des exercices adaptés pour les élèves à l'aise avec les mathématiques. Leur but est de guider rapidement les jeunes lecteurs, les parents ou les enseignants vers des exercices adaptés au niveau souhaité. Il ne s'agit que d'une proposition de sélection facilitant une utilisation occasionnelle du calendrier : les exercices hors de ces parcours ne sont pas forcément plus difficiles !

Parcours collège 6^{e}-5^{e} : défis accessibles avec quelques calculs, des résolutions d'équations simples et un peu d'arithmétique.

Parcours collège 4^{e}-3^{e} : défis demandant d'être plus à l'aise avec les manipulations algébriques et utilisant les théorèmes classiques de géométrie.

Défi du mois : un défi sans mathématique très complexe mais parfois éloigné du cadre scolaire. Il pourrait vous donner du fil à retordre.

Lundi 5. Il s'agit de résoudre :

$$x^2+y^2+z^2+3-xy-3y-2z<0. \tag{8}$$

En rassemblant les termes dans des carrés (méthode de Gauss), on obtient que cette inégalité équivaut à

$$\left(x-\frac{y}{2}\right)^2+\frac{3}{4}(y-2)^2+(z-1)^2<1$$

On en déduit que

$$\begin{cases} (z-1)^2 & <1, \\ \frac{3}{4}(y-2)^2 & <1, \\ \left(x-\frac{y}{2}\right)^2 & <1. \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{cases} -1 & <z-1<1, \\ -\frac{2}{\sqrt{3}} & <y-2<\frac{2}{\sqrt{3}}, \\ -1 & <x-\frac{y}{2}<1. \end{cases}$$

Les nombres x, y et z étant entiers, on a $z=1$ et $y=1$, 2 ou 3.

- Si $y=1$, alors $-1<x-\frac{1}{2}<1$, soit $-\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}$, donc $x=0$ ou $x=1$. Mais dans aucun de ces cas l'inégalité (8) n'est vérifiée.
- Si $y=2$, alors $-1<x-1<1$, soit $0<x<2$, donc $x=1$. Dans ce cas le triplet $(1,2,1)$ vérifie bien l'inégalité (8).
- Si $y=3$, alors $-1<x-\frac{3}{2}<1$, soit $\frac{1}{2}<x<\frac{5}{2}$, donc $x=1$ ou $x=2$. Mais dans aucun de ces cas l'inégalité (8) n'est vérifiée.

Finalement, seul le triplet $(1,2,1)$ vérifie l'inégalité proposée.

Mardi 6. Notons A_{HDF} l'aire de HDF et notons de façon similaire les autres aires. Remarquons d'abord que le segment $[AF]$ est l'image de $[BE]$ par une rotation d'un quart de tour du carré et donc $\widehat{AGE}$ est un angle droit. Par ailleurs, comme H est sur la diagonale, les hauteurs issues de H des triangles ADH et DFH sont égales.