Anne-Marie Spalanzani

# *Précis de mathématiques pour la gestion et l'économie*

*Exercices et corrigés*

-------

Collection « Gestion en + »

Presses universitaires de Grenoble
BP 47 – 38040 Grenoble cedex 9
Tél. : 04 76 82 56 52 – pug@pug.fr / www.pug.fr

# CHAPITRE 1

# Étude des fonctions numériques d'une variable

## Plan

**1.** Eléments à prendre en compte
**2.** Fonctions logarithmes
**3.** Fonctions exponentielles
**4.** Calcul intégral

L'étude des fonctions numériques figure dans tous les programmes de gestion et d'économie. Elle peut être plus ou moins poussée, selon l'objectif que l'on désire atteindre. En fait, dans la plupart des problèmes économiques, la recherche de l'optimum (maximum ou minimum) d'une fonction constitue le mobile principal de son étude. Aussi, sans oublier de rappeler les éléments essentiels de l'étude d'une fonction, nous nous attacherons principalement à la notion de dérivée (dérivée première pour une fonction d'une seule variable, dérivées premières et secondes pour une fonction de plusieurs variables), outil indispensable à la recherche des points permettant à une fonction d'atteindre son minimum ou son maximum, lorsqu'elle en a un.

Enfin, la dérivée nous permettra d'analyser la sensibilité d'une fonction aux variations de la variable (ou des variables) qui entre(nt) dans sa composition.

EXEMPLE

Une société fabrique et vend un appareil très performant de mesures physiques. En tenant compte de tous les coûts induits par la fabrication et la vente de ce produit, elle estime que le bénéfice B qu'elle peut dégager s'exprime en fonction du prix de vente p par la relation :

$$B = -0,012\,p^2 + 5400\,p - 600\,000\,000$$

A quel prix la société doit-elle proposer son appareil pour maximiser son bénéfice ?

*Remarque*

L'énoncé montre que le bénéfice total que peut dégager la société dépend du prix auquel sera vendu l'appareil. On comprend facilement que selon le montant du prix, c'est-à-dire selon la valeur donnée à la variable $p$, le bénéfice $B$ soit plus ou moins élevé. Il est concevable également que, si le prix est trop élevé, le nombre des ventes chute, et donc le bénéfice diminue. Le problème est donc de trouver la valeur de $p$ qui permettra à $B$ d'atteindre sa valeur maximum.
C'est par l'étude de la « fonction Bénéfice » et plus particulièrement le calcul de sa dérivée qu'on va constater à quels moments la fonction croît, à quels moments la fonction décroît et donc qu'on va trouver ce « prix idéal ».
Mais, avant tout, qu'entend-on par fonction, par croissance, par dérivée ?

# SECTION 1

# ELÉMENTS À PRENDRE EN COMPTE DANS L'ÉTUDE D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

## *Cours*

## I. – DÉFINITION D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

### I1. – DÉFINITION

Une fonction numérique $f$ est une relation entre deux ensembles (appelés respectivement *ensemble de départ et ensemble d'arrivée*). Ces deux ensembles peuvent être l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels ou des parties de celui-ci.

### I2. – NOTATION

Pour une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, on utilise la notation :

$$\boxed{\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & f(x) \end{array}}$$

$f(x)$ est appelée *image* de $x$ par la fonction $f$.

Dans la suite de ce chapitre, par souci de simplification, nous utiliserons l'expression : « soit la fonction numérique $f : x \to f(x)$ ».

### I3. – EXEMPLES

- $\begin{array}{rl} f_1 : & \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ & x \to 2x+1 \end{array}$

  $f_1(0) = 1 \quad f_1(-3) = -5$
- $\begin{array}{rl} f_2 : & \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ & x \to \sqrt{2x+3} \end{array}$

$$f_2(1) = \sqrt{5} \quad f_2(3) = 3 \quad f_2\left(\frac{-3}{2}\right) = \sqrt{0} = 0 \quad f_2(0) = \sqrt{3}$$

$f_2(-5)$ n'existe pas, $2x + 3$ prenant alors une valeur négative $(-7)$.

- $f_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
  $x \to \dfrac{5x-4}{x+2}$
  $f_3(0) = -2 \quad f_3(-5) = \dfrac{29}{3} \quad f_3\left(\dfrac{4}{5}\right) = 0$
  $f_3(-2)$ n'existe pas, le dénominateur prenant alors une valeur nulle.

- $f_4 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
  $p \to -0,012p^2 + 5400p - 600\,000\,000$
  $f_4(0) = -600\,000\,000$
  $f_4(200\,000) = 0$

## II. – DOMAINE DE DÉFINITION D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

### II1. – DÉFINITION

C'est l'ensemble noté $Df$ des nombres réels ayant une image par la fonction $f$. C'est donc l'ensemble des nombres $x$ pour lesquels $f(x)$ peut se calculer.

### II2. – EXEMPLES

Pour les fonctions $f_1$, $f_2$, $f_3$, $f_4$ définies ci-dessus, on a :

• $Df_1 = \mathbb{R}$ (tout réel $x$ a une image par $f_1$, $f_1(x)$ prenant une valeur finie quelle que soit la valeur donnée à $x$)

• $Df_2 = \left[-\dfrac{3}{2};\ +\infty\right[$

La racine carrée de $2x+3$ n'existe que si $2x+3$ est positif ou nul.

• $Df_3 = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Le dénominateur $x+2$ ne doit pas être nul.

• $Df_4 = \mathbb{R}$ (tout nombre $f$ a une image par $f_4$).

Cette fonction n'est autre que la fonction bénéfice de l'exemple. Seule une contrainte économique impose d'étudier $f_4$ sur $\mathbb{R}^*$ (un prix est toujours positif).

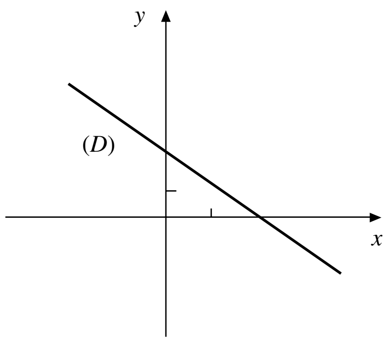
## III. – REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

Soit $(O, I, J)$ un repère du plan.

La *représentation graphique* d'une fonction numérique $f$ (ou courbe représentative de $f$) est l'ensemble des points $M$ de coordonnées $(x, f(x))$, quand $x$ varie dans $Df$. Elle est une visualisation du comportement de la fonction sur son domaine de définition.

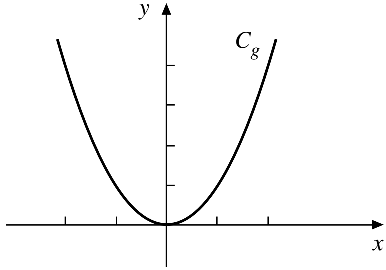
EXEMPLES

• $f(x) = -x + 2$




La droite (D) est la représentation graphique de $f$.

• $g(x) = x^2$




$(Cg)$ est la représentation graphique de $g$.

## IV. – LIMITES D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

### IV1. – INTÉRÊT DE LA NOTION DE LIMITE

Soit la fonction $f$ définie par : $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$
Cette fonction n'existe pas si $x = 1$.
Donc : $Df = ]-\infty,\ 1[\cup]1,\ +\infty[$.
En revanche, elle existe pour toutes les valeurs de $x$ aussi proches soient-elles de 1. Il est donc intéressant de voir comment la fonction se comporte au fur et à mesure que $x$ se rapproche de la valeur « interdite ».

### IV2. – NOTION DE LIMITE

EXEMPLE

Pour la fonction $f$ ci-dessus, on peut remarquer que, plus $x$ se rapproche de 1, plus $\dfrac{1}{x-1}$ prend une grande valeur ($x-1$ devient très petit, $\dfrac{1}{x-1}$ devient donc très grand).

On dira que $\dfrac{1}{x-1}$ « *tend vers l'infini* » quand $x$ « *tend vers 1* », ou que la limite de $\dfrac{1}{x-1}$ quand $x$ « *tend vers* » 1 est infinie.

De même, plus $x$ croît, plus $\dfrac{1}{x-1}$ décroît. On dira que $\dfrac{1}{x-1}$ « *tend vers 0* » quand $x$ « *tend vers l'infini* », ou que la limite de $\dfrac{1}{x-1}$ quand $x$ « *tend vers l'infini* » est égale à 0.

*Définition intuitive*

Soit $f$ une fonction numérique. La notion de limite permet donc d'associer soit un nombre fini, soit l'infini, à un réel qui n'a pas d'image par la fonction.

Elle permet également d'étudier le comportement de la fonction lorsque $x$ prend des valeurs infinies.

On écrit :

$$\boxed{\lim_{x \to x_0} f(x) = l \quad \text{ou simplement} \quad \lim_{x_0} f(x) = l}$$

($x_o$ et $l$ peuvent être finis ou infinis).

Dans les exemples précédents, on écrirait :

$$\lim_{x\to 1} f(x) = \infty \quad \text{ou} \quad \lim_{1} f(x) = \infty$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0 \quad \text{ou} \quad \lim_{\infty} f(x) = 0$$

*Remarque*

Le résultat précédent $\lim f(x) = \infty$ lorsque $x$ tend vers $1$ mérite d'être précisé :
il existe en effet deux types de valeurs infinies : $+\infty$ et $-\infty$.

Le signe de cet infini dans l'étude de la fonction $\dfrac{1}{x-1}$ dépend bien sûr du signe de $\dfrac{1}{x-1}$, donc du signe de $x-1$.

D'où les résultats :

- $\displaystyle\lim_{1^>} \frac{1}{x-1} = +\infty$

Quand $x$ se rapproche de $1$ par valeurs supérieures à $1 (x \to 1^>)$, $x-1$ est positif et tend vers $0$ par valeurs positives, donc $\dfrac{1}{x-1}$ est positif.

- $\displaystyle\lim_{1^<} \frac{1}{x-1} = -\infty$

Quand $x$ se rapproche de $1$ par valeurs inférieures à $1 (x \to 1^<)$, $x-1$ tend vers $0$ par valeurs négatives, donc est négatif.

## IV3. – THÉORÈMES GÉNÉRAUX SUR LES LIMITES

*Limites simples à connaître*

Dire que $x$ tend vers $0^+$ (respectivement $0^-$) signifie que $x$ se rapproche de 0 par valeurs supérieures (respectivement inférieures) à 0.

| $\lim x$ | $\lim \dfrac{1}{x}$ |
|---|---|
| $+\infty$ | $0^+$ |
| $-\infty$ | $0^-$ |
| $0^+$ | $+\infty$ |
| $0^-$ | $-\infty$ |

*Limites de sommes, produits et quotients de fonctions*

Soit $f$ et $g$ deux fonctions numériques.
Soit $F$ une fonction définie à partir de $f$ et $g$.

| $F(x)$ | $\lim F(x)$ |
|---|---|
| $kf(x)$ | $k \lim\ f(x)$ |
| $f(x)+g(x)$ | $\lim f(x) + \lim\ g(x)$ |
| $f(x)g(x)$ | $\lim\ f(x) \times \lim\ g(x)$ |
| $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ | $\dfrac{\lim\ f(x)}{\lim\ g(x)}$ si $g(x) \neq 0$ |

EXEMPLES

- $F(x) = 3x$

  $\lim\limits_{+\infty} F(x) = 3 \lim\limits_{+\infty} x = +\infty$
- $F(x) = x^2 + x$

  $\lim\limits_{+\infty} F(x) = \lim\limits_{+\infty} x^2 + \lim\limits_{+\infty} x = +\infty$
- $F(x) = (x+3)(2x-4)$

  $\lim\limits_{-\infty} F(x) = \lim\limits_{-\infty}(x+3) \times \lim\limits_{-\infty}(2x-4) = -\infty \times -\infty = +\infty$
- $F(x) = \dfrac{2x+7}{x-2}$

  $\lim\limits_{2>} F(x) = \dfrac{\lim\,(2x+7)}{\lim\,(x-2)}$

  or $\lim\limits_{2>}(2x+7) = 11$ et $\lim\limits_{2>}(x-2) = 0^+$

  donc $\lim\limits_{2>} F(x) = +\infty$

*Remarque*

L'application des règles précédentes ne permet pas toujours de trouver directement la limite de la fonction étudiée. On obtient alors ce que l'on appelle des *formes indéterminées*.

Le tableau ci-après fait apparaître les différentes formes d'indétermination auxquelles on peut se trouver confronté lors de l'étude d'une fonction numérique.

| $\lim f$ | $\lim g$ | $\lim(f+g)$ | $\lim(fg)$ | $\lim\left(\frac{f}{g}\right)$ |
|---|---|---|---|---|
| $+\infty$ | $-\infty$ | ? | $-\infty$ | ? |
| 0 | $+\infty$ | $+\infty$ | ? | 0 |
| 0 | $-\infty$ | $-\infty$ | ? | 0 |
| $+\infty$ | $+\infty$ | $+\infty$ | $+\infty$ | ? |
| $-\infty$ | $-\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | ? |
| 0 | 0 | 0 | 0 | ? |

Les théorèmes suivants, ainsi que des exemples proposés à la fin de cette section, présentent des méthodes permettant de « lever ces indéterminations ».

*Théorèmes complémentaires*

a) Limite d'un polynôme au voisinage de l'infini

Lorsque la variable $x$ tend vers l'infini, un polynôme admet la même limite que son terme de plus haut degré.

EXEMPLE

- $f(x) = 4x^3 + 10x^2 - 1$

  $\lim\limits_{+\infty} f(x) = \lim\limits_{+\infty} 4x^3 = +\infty \qquad \lim\limits_{-\infty} f(x) = \lim\limits_{-\infty} 4x^3 = -\infty$
- $f(x) = 5x^4 + 25x^3 - 1$

  $\lim\limits_{-\infty} f(x) = \lim\limits_{-\infty} 5x^4 = +\infty \qquad \lim\limits_{+\infty} f(x) = \lim\limits_{+\infty} 5x^4 = +\infty$

b) Limite d'un quotient de polynômes au voisinage de l'infini

Lorsque la variable $x$ tend vers l'infini, le rapport de deux polynômes admet la même limite que le rapport des termes de plus haut degré du numérateur et du dénominateur.

EXEMPLES

- $f(x) = \dfrac{5x^3 + 2x^2 - x}{4x^3 + 6x + 1}$

  $\lim\limits_{\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{\pm\infty} \dfrac{5x^3}{4x^3} = \dfrac{5}{4}$

- $f(x) = \dfrac{4x^2 + 5x - 1}{2x + 3}$

  $\lim\limits_{+\infty} f(x) = \lim\limits_{+\infty} \dfrac{4x^2}{2x} = \lim\ 2x = +\infty$

  $\lim\limits_{-\infty} f(x) = \lim\limits_{-\infty} \dfrac{4x^2}{2x} = \lim\ 2x = -\infty$

- $f(x) = \dfrac{5x^4 - 2x^3 + 5}{7x^6 + 3x - 1}$

  $\lim\limits_{+\infty} f(x) = \lim\limits_{+\infty} \dfrac{5x^4}{7x^6} = \lim \dfrac{5}{7x^2} = 0^+$

  $\lim\limits_{-\infty} f(x) = \lim\limits_{-\infty} \dfrac{5x^4}{7x^6} = \lim \dfrac{5}{7x^2} = 0^+$

## V. – CROISSANCE ET EXTREMUM D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

### V1. – CROISSANCE D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

Soit une fonction numérique $f$ de domaine de définition $Df$. Soit $I$ un intervalle de $Df$.

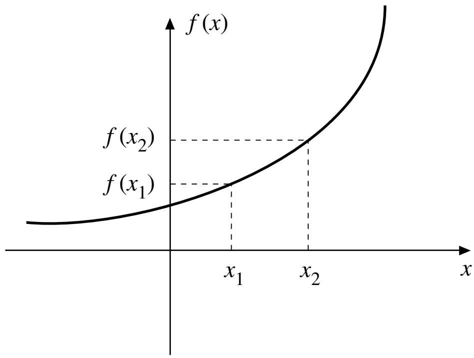
*Taux d'accroissement*

Soit $x_1$ et $x_2$ deux éléments distincts de $I$. On appelle *taux d'accroissement* de $f$ entre les valeurs $x_1$ et $x_2$ le rapport

$$\boxed{t = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}}$$

*Fonction croissante sur I*

– $f$ est *croissante* sur $I$ si, quels que soient les éléments $x_1$ et $x_2$ de $I$ avec $x_1 \leqslant x_2$, on a : $f(x_1) \leqslant f(x_2)$.




quand $x$ augmente dans $I$, son image $f(x)$ augmente aussi.

– Pour une fonction *croissante* sur un intervalle $I$, le *taux d'accroissement* de $f$ entre deux valeurs quelconques $x_1$ et $x_2$ de $I$ est donc *positif*.

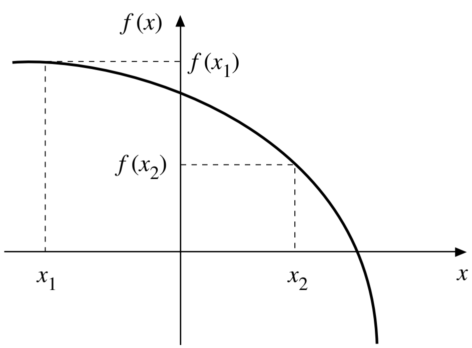
En effet : si $\quad x_1 < x_2 \quad$ et $\quad f(x_1) < f(x_2)$

alors $\quad x_2 - x_1 > 0 \quad$ et $\quad f(x_2) - f(x_1) > 0$

donc
$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$$

*Fonction décroissante sur I*

– $f$ est *décroissante* sur $I$ si, quels que soient les éléments $x_1$ et $x_2$ de $I$ avec $x_1 \leqslant x_2$, on a : $f(x_1) \geqslant f(x_2)$.




quand $x$ augmente dans $I$, son image $f(x)$ diminue.

– Pour une fonction *décroissante* sur un intervalle $I$, le *taux d'accroissement* entre 2 valeurs quelconques $x_1$ et $x_2$ de $I$ est donc *négatif*.

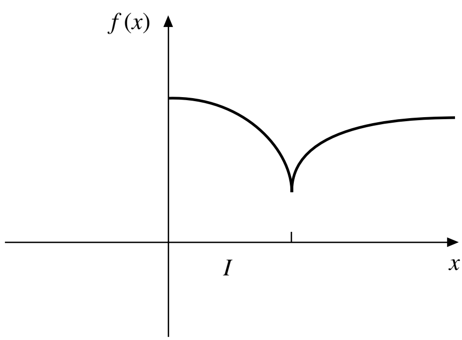
En effet : si $\quad x_1 < x_2 \quad$ et $\quad f(x_1) > f(x_2)$

alors $\quad x_2 - x_1 > 0 \quad$ et $\quad f(x_2) - f(x_1) < 0$

donc
$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$$

*Fonction monotone sur I*

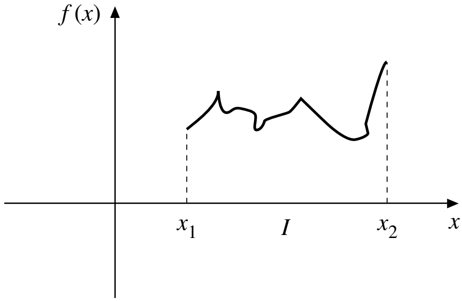
– $f$ est *monotone* sur $I$ si elle est soit croissante, soit décroissante sur $I$.




– $f$ est monotone décroissante sur $I$, mais n'est pas monotone sur $Df$.

*Remarques*

• Une fonction s'étudiant généralement sur un ensemble très vaste (la plupart du temps sur $\mathbb{R}$), le calcul d'un seul taux d'accroissement ne suffit pas pour déterminer la croissance de la fonction. Il est en effet nécessaire que tous les taux d'accroissement sur l'intervalle d'étude soient positifs pour que la fonction soit croissante sur cet intervalle.

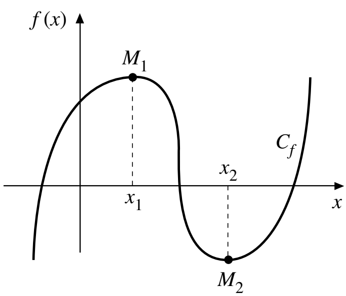


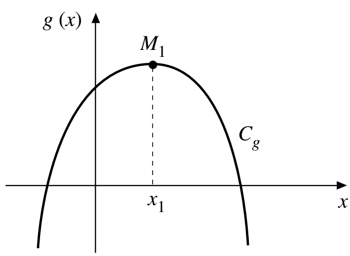

Le taux d'accroissement de $f$ entre $x_1$ et $x_2$ est positif, et pourtant la fonction n'est pas croissante sur $I$.

• L'étude des signes de tous les taux d'accroissement étant laborieuse, on verra plus loin qu'on étudie en fait les signes des limites des taux d'accroissement, ce qui permettra de déterminer les intervalles où $f$ est croissante ou décroissante.

### V2. – EXTREMUM D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

Soit les fonctions numériques $f$ et $g$ de représentations graphiques $C_f$ et $C_g$.




Ces fonctions ne sont pas monotones sur leurs domaines de définition.

– La fonction $f$ possède deux extrêma locaux en $x_1$ et $x_2$, représentés sur la courbe par les points $M_1$ et $M_2$.

- Le point $M_1$ correspond à un maximum : il existe un intervalle $I$ centré en $x_1$ sur lequel $f(x) \leqslant f(x_1)$, pour tout $x$ de $I$. Le point $M_1$ de la courbe est « plus haut » que ses points voisins.

- Le point $M_2$ correspond à un minimum : il existe un intervalle $I'$ centré en $x_2$ sur lequel $f(x_2) \leqslant f(x)$ pour tout $x$ de $I'$. Le point $M_2$ de la courbe est « plus bas » que ses points voisins.

– La fonction $g$ possède un maximum global (ou absolu) en $x_1$, représenté sur la courbe par le point $M_1$ : quel que soit $x$ choisi dans $D_g$ différent de $x_1$, on a $g(x) < g(x_1)$. Le point $M_1$ de la courbe est « plus haut » que tous les autres points de la courbe.

## VI. – FONCTION DÉRIVÉE D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

Soit $f$ une fonction numérique de domaine de définition $Df$.

On a vu que, pour connaître avec précision la croissance de $f$, il faudrait calculer son taux d'accroissement sur tout intervalle de $Df$, aussi petit soit-il. Aussi est-on amené à calculer, non pas des taux d'accroissement entre deux valeurs quelconques $x_1$ et $x_2$, mais des taux d'accroissement entre deux valeurs $x_1$ et $x_2$ très proches l'une de l'autre. C'est donc une limite de taux d'accroissement (appelée nombre dérivé) qui sera calculée.

### VI1. – NOMBRE DÉRIVÉ

Le *nombre dérivé* d'une fonction numérique en un point $x_0$ de $Df$, que l'on note $f'(x_0)$ est la limite, si elle existe, du taux d'accroissement de $f$ entre les points $x$ et $x_0$, lorsque $x$ tend vers $x_0$.

$$\boxed{f'(x_0) = \lim_{x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}}$$

Remarque : en posant $\Delta f = f(x) - f(x_0)$ et $\Delta x = x - x_0$, on a : $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x} \simeq \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$ si $\Delta x$ petit.

EXEMPLE

$$f(x) = x^2$$

$$f'(x_0) = \lim_{x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x_0} \frac{x^2 - x_0^2}{x-x_0} = \lim_{x_0} \frac{(x-x_0)(x + x_0)}{x-x_0}$$

$$= \lim_{x_0}(x + x_0) = 2x_0$$

### VI2. – FONCTION DÉRIVÉE

C'est la fonction, notée $f'$, qui à tout point $x_0$ de $Df$ associe, s'il existe, le nombre dérivé $f'(x_0)$.

$$\boxed{\begin{aligned} f' :\ Df &\to \mathbb{R} \\ x_0 &\to f'(x_0) \end{aligned}}$$

EXEMPLE

$f(x) = x^2$

Pour tout $x_0$ de $Df$, $f'(x_0) = 2x_0$.

Donc la fonction dérivée de $f$ est la fonction $f'$ définie par $f'(x) = 2x$.

### VI3. – TABLEAU DES DÉRIVÉES USUELLES

Dans le tableau ci-après, $u$ et $v$ désignent des fonctions numériques, $k$ une constante, $n$ un rationnel.

| Fonction $f$ | Fonction dérivée $f'$ |
|---|---|
| $f(x) = k$ | $f'(x) = 0$ |
| $f(x) = kx$ | $f'(x) = k$ |
| $f(x) = x^n$ | $f'(x) = nx^{n-1}$ |
| Cas particuliers : | |
| $f(x) = \dfrac{1}{x}$ | $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$ |
| $f(x) = \sqrt{x} \quad x > 0$ | $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| $f(x) = k\,u(x)$ | $f'(x) = k\,u'(x)$ |
| $f(x) = u^n(x)$ | $f'(x) = n\,u^{n-1}(x)u'(x)$ |
| Cas particuliers : | |
| $f(x) = \dfrac{1}{u(x)} \quad u(x) \neq 0$ | $f'(x) = -\dfrac{u'(x)}{u^2(x)}$ |
| $f(x) = \sqrt{u(x)} \quad u(x) > 0$ | $f'(x) = \dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$ |
| $f(x) = u(x) + v(x)$ | $f'(x) = u'(x) + v'(x)$ |
| $f'(x) = u(x)v(x)$ | $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$ |
| $f(x) = \dfrac{u(x)}{v(x)} \quad v(x) \neq 0$ | $f'(x) = \dfrac{u'(x)\,v(x) - u(x)\,v'(x)}{v^2(x)}$ |

EXEMPLES

- $f(x) = x^3 - 7x^2 + 5x - 2$ $\qquad Df = \mathbb{R}$

  $f'(x) = 3x^2 - 14x + 5$
- $f(x) = (x^2 + 3x + 1)^3$ $\qquad Df = \mathbb{R}$

  $f'(x) = 3(x^2 + 3x + 1)^2(2x + 3)$
- $f(x) = 3x - 5 - \dfrac{1}{(1-3x)^2}$ $\qquad Df = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

  $f'(x) = 3 + \dfrac{-6(1-3x)}{(1-3x)^4} = 3 - \dfrac{6}{(1-3x)^3}$
- $f(x) = (2x - 3)(4x + 5)$ $\qquad Df = \mathbb{R}$

  en posant : $u(x) = 2x - 3$ et $v(x) = 4x + 5$

  On a : $u'(x) = 2$ et $v'(x) = 4$

  $f'(x) = 2(4x + 5) + 4(2x - 3) = 16x - 2$
- $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 7}{3(x^2 + 1)}$ $\qquad Df = \mathbb{R}$

  en posant $u(x) = x^2 - 5x + 7$ et $v(x) = 3(x^2 + 1)$

  on a : $u'(x) = 2x - 5$ et $v'(x) = 6x$

  $$f'(x) = \frac{3(x^2 + 1)(2x-5) - 6x(x^2-5x + 7)}{9(x^2 + 1)^2} = \frac{5x^2-12x - 5}{3(x^2 + 1)^2}$$

VI4. – APPLICATIONS DE LA DÉRIVÉE

### *Dans le tracé de courbes*

Soit une fonction numérique $f$, définie sur $Df$, $f'$ sa fonction dérivée et $C_f$ sa représentation graphique.